

UNIVAC

2015 - 2016

**Notes de cours d'électrostatique**

# Formulaire d'électrostatique

## Champ électrostatique

Créé par une particule:

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}$$

Créé par n charges ponctuelles:

$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i$$

Créé par une distribution continue:

$$\vec{E}(M) = \int d\vec{E}(M) \quad \text{avec} \quad d\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{u}$$

Distributions de charges :

linéique :  $dq = \lambda dl$

surfacique :  $dq = \sigma d^2S$

volumique :  $dq = \rho d^3V$

## Potentiel électrostatique

Créé par une charge ponctuelle

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} + V_0$$

Créé par n charges ponctuelles

$$V(M) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i} + V_0$$

Créé par une distribution continue

$$V(M) = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} + V_0$$

## Conducteurs en équilibre

Champ à proximité (Th de Coulomb) :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$$

Capacité d'un conducteur isolé :

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{où} \quad Q = \iint_{\text{Surface}} \sigma d^2S$$

Coefficients d'influence (n conducteurs) :

$$Q_i = \sum_{j=1}^n C_{ij} V_j \quad \text{avec} \quad C_{ij} = C_{ji}$$

Capacité d'un condensateur

$$C = \frac{Q}{U} \quad \text{où} \quad U = V_1 - V_2$$

## Propriétés fondamentales

Flux (Th. de Gauss) :

$$\Phi = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

Circulation :

$$V(A) - V(B) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V)$$

## Energie potentielle électrostatique

D'une charge ponctuelle :

$$W_e = qV$$

D'un conducteur isolé :

$$W_e = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$$

D'un système de n conducteurs :

$$W_e = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} Q_i V_i$$

## Force électrostatique

Sur une particule chargée (Coulomb)

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Sur un conducteur en équilibre

$$\vec{F} = \iint_S d^2\vec{F} = \iint_S \sigma \vec{E}_{\text{ext}} d^2S = \iint_S P d^2S \vec{n}$$

Expression via l'énergie (condensateur)

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} W_e \left( = \frac{U^2}{2} \overrightarrow{\text{grad}} C \right)$$

## Dipôle électrostatique

Moment dipolaire électrique :

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

Potentiel à grande distance :

$$V(M) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{u}_\rho}{4\pi\epsilon_0 \rho^2}$$

Energie électrostatique

$$W_e = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{\text{ext}}$$

Force et moment électrostatiques

$$\vec{F} = \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{p} \cdot \vec{E}_{\text{ext}}) \quad \text{et} \quad \vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{\text{ext}}$$

## Electrocinétique

Densité de courant

$$\vec{j} = \sum_{\alpha} n_{\alpha} q_{\alpha} \vec{v}_{\alpha}$$

Courant

$$I = \frac{dQ}{dt} = \iint_{\text{Section}} \vec{j} \cdot \vec{d}^2S$$

Loi d'Ohm locale

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \quad (\gamma \text{ conductivité, } \eta = 1/\gamma \text{ résistivité})$$

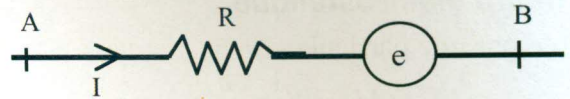
Résistance d'un conducteur

$$R = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}}{\iint_S \gamma \vec{E} \cdot \vec{d}^2S}$$

Force électromotrice (fém) entre A et B

$$e = \int_A^B \frac{\vec{F}}{q} \cdot \vec{dl} = \int_A^B \vec{E}_m \cdot \vec{dl}$$

Bilan de puissance d'une portion de circuit



$$U = V_A - V_B = RI - e$$

$$P = UI, \text{ puissance disponible entre A et B}$$

$$P_j = RI^2, \text{ puissance dissipée par effet Joule}$$

$$P = eI, \text{ puissance fournie (générateur si } e > 0)$$

$$\text{ou consommée (récepteur si } e < 0)$$

Lois de conservation

- Loi des nœuds

$$\sum I_{\text{entrants}} = \sum I_{\text{sortants}}$$

- Loi des mailles

$$\sum_{k=1}^n (R_k I_k - e_k) = 0$$

